

## Grundlagen

### Cartier-Divisoren

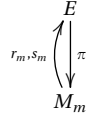
### A-Strukturen

## Modulschemata

### Das allgemeine Modulproblem

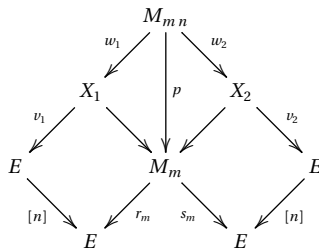
### Das Level- $N$ Modulproblem

**Aufstieg der Modulschemata** Es sei  $(M_m, r_m, s_m, E)$  das feine Modulschema zum vollen Level- $m$ -Modulproblem für elliptische Kurven über  $\mathbb{Z}[1/m]$ :



Wir wollen daraus das feine Modulschema  $(M_{mn}, r_{mn}, s_{mn}, E')$  für das Level- $nm$ -Modulproblem über  $\mathbb{Z}[\frac{1}{mn}]$  konstruieren.

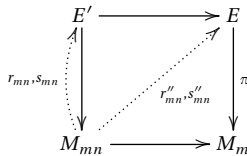
Wir betrachten dazu das Diagramm



in dem alle Quadrate kartesisch sind. Die Abbildung  $p$  ist endlich etale. Weiter setzen wir

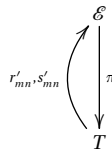
$$\begin{aligned} r''_{mn} &= v_1 \circ w_1 = q_1 \\ s''_{mn} &= v_2 \circ w_2 = q_2 \end{aligned}$$

Mit dem kartesischen Diagramm

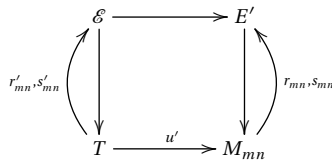


konstruieren wir sowohl  $E' = E'_{mn}$ , als auch die Schnitte  $r_{mn}, s_{mn}$ .

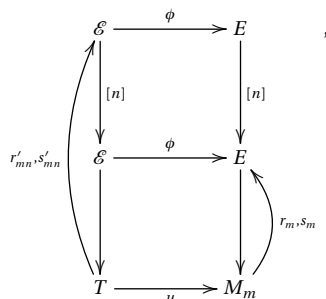
Es sei nun  $\mathcal{E} \rightarrow T$  eine elliptische Kurve über  $T$  mit Schnitten  $r'_{mn}, s'_{mn}$ :



Um das notwendige kartesische Diagramm



zu konstruieren, beginnen wir mit dem Diagramm

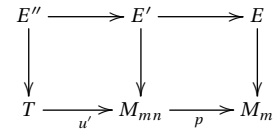


um  $u$  und  $\phi$  festzulegen.

Es ist  $u': T \rightarrow M_{mn}$  gegeben durch:

$$\begin{aligned} q_1 \circ u' &= \phi \circ r'_{mn} \\ q_2 \circ u' &= \phi \circ s'_{mn} \\ p \circ u' &= u \end{aligned}$$

Daß  $u'$  auch wirklich die Darstellungsabbildung ist, erkennt man am Diagramm



in dem alle Quadrate kartesisch sind. Es ist damit

$$u'^*(E') = (p u')^*(E) = u^*(E) = \mathcal{E}$$

und  $u'$  ist als Darstellungsabbildung  $u': T \rightarrow M_{mn}$  nachgewiesen.